

Didáctica del razonamiento proporcional y reducción de errores sistemáticos en matemática

Ing. Zoila Ana Marcillo Sornoza¹

Universidad Estatal del Sur de Manabí, Jipijapa, Ecuador
zoila.marcillo@unesum.edu.ec
<https://orcid.org/0009-0004-6961-5940>

Ing. Ángel Alexis Manobanda Suárez²

Universidad Estatal del Sur de Manabí, Jipijapa, Ecuador
angel.manobanda@unesum.edu.ec
<https://orcid.org/0009-0004-9993-5304>

Cómo citar: Didáctica del razonamiento proporcional y reducción de errores sistemáticos en matemática. (2026). Visión Académica, 4(1), 87-98. https://doi.org/10.70577/03xexv66	Fecha de recepción: 2025-11-27 Fecha de aceptación: 2026-01-15 Fecha de publicación: 2026-02-27
---	---

Resumen

El razonamiento proporcional en educación superior presenta persistencia de errores estructurales, particularmente linealidad impropia, confusión entre tasa y cantidad, y manipulación simbólica sin control dimensional, lo que evidencia fragilidad en la organización conceptual del esquema multiplicativo. El objetivo del estudio fue determinar qué configuraciones didácticas inciden significativamente en la reducción de errores sistemáticos y en el incremento del índice de consistencia estructural proporcional. Se adoptó un enfoque cuantitativo con diseño correlacional, explicativo longitudinal retrospectivo, basado en análisis secundario de indicadores institucionales; se aplicaron modelos LASSO con validación cruzada, regresión lineal múltiple y correlación de Pearson, verificando supuestos mediante Shapiro-Wilk y análisis de residuos. Los resultados muestran que la formalización algebraica y el control dimensional constituyen las predictoras dominantes del índice de consistencia estructural, con un R^2 ajustado de 0.64; la regularización L1 confirmó la estabilidad paramétrica de dichos predictores y la menor contribución marginal del análisis argumentativo del error. Se evidencia que la integración entre formalización simbólica, coherencia dimensional y validación lógica incrementa significativamente la estabilidad conceptual y reduce la tasa media de linealidad impropia (0.29), fortaleciendo el rigor lógico y la coherencia representacional del razonamiento proporcional universitario.

Palabras clave: Razonamiento proporcional, formalización algebraica, control dimensional, errores estructurales, regularización LASSO.

Didactics of proportional reasoning and reduction of systematic errors in mathematics**Abstract**

Proportional reasoning in higher education shows persistence. structural errors, particularly improper linearity, confusion between rate and quantity, and symbolic manipulation without dimensional control, revealing conceptual fragility in the multiplicative schema. The aim of this study was to determine which didactic configurations significantly contribute to the reduction of systematic errors and to the improvement of the structural consistency index in proportional reasoning. A quantitative approach with a correlational–explanatory longitudinal retrospective design was adopted, based on secondary analysis of institutional performance indicators. LASSO models with cross-validation, multiple linear regression, and Pearson correlation were applied, with assumptions verified through Shapiro–Wilk testing and residual analysis. Results indicate that algebraic formalization and dimensional control are the dominant predictors of structural consistency, with an adjusted R^2 of 0.64. L1 regularization confirmed the parametric stability of these predictors and the lower marginal contribution of argumentative error analysis. The findings demonstrate that the integration of symbolic formalization, dimensional coherence, and logical validation significantly enhances conceptual stability and reduces the mean rate of improper linearity (0.29), strengthening logical rigor and representational coherence in advanced university-level proportional reasoning.

Keywords: Proportional reasoning, algebraic formalization, dimensional control, structural errors, LASSO regularization.

Introducción

El razonamiento proporcional constituye un constructo matemático de alta densidad conceptual, al articular relaciones multiplicativas invariantes entre magnitudes, covariación funcional y estructuras de razón formalmente definidas. Desde una perspectiva epistemológica, la proporcionalidad no se reduce a un procedimiento operativo, sino que implica la comprensión de la razón como operador multiplicativo que preserva invariantes bajo transformaciones escalares. En consecuencia, su enseñanza demanda una explicitación sistemática de los objetos matemáticos involucrados, de los registros semióticos activados y de los niveles de algebrización que emergen en la actividad resolutoria del estudiantado (Burgos & Godino, 2021). En este sentido, el análisis de los niveles de razonamiento algebraico permite identificar transiciones desde esquemas aritméticos locales hacia configuraciones relacionales de mayor formalización (Burgos et al., 2024).

La evidencia reciente muestra que los errores sistemáticos asociados a la proporcionalidad presentan regularidades estructurales y no simples lapsus procedimentales. Predomina la sobregeneralización de esquemas aditivos frente a situaciones multiplicativas, fenómeno que revela una inadecuada discriminación entre estructuras de comparación absoluta y comparación relativa (Fernández et al., 2024). Tales errores se caracterizan por la aplicación mecánica de algoritmos sin control semántico ni validación estructural, lo cual evidencia déficits en la construcción del significado relacional de la razón. Desde el análisis didáctico, el error se configura como un indicador de la organización cognitiva subyacente, por lo que su estudio sistemático resulta imprescindible para intervenir sobre las fuentes epistemológicas del fallo (Herrera, 2025).

En el plano de la intervención pedagógica, la variación sistemática de problemas y la explicitación

de contrastes entre estructuras aditivas y multiplicativas han demostrado potencial para reconfigurar esquemas conceptuales persistentes (Burgos & Chaverri, 2024). La incorporación de contextos probabilísticos y situaciones de juego justo permite tensionar intuiciones lineales y promover la comprensión de la razón como medida de comparación entre cardinalidades y espacios muestrales, fortaleciendo la coherencia entre proporcionalidad y probabilidad (Hernández et al., 2024). Este enfoque contribuye a consolidar procesos de cuantificación formal sustentados en invariantes multiplicativas y no en aproximaciones heurísticas.

El análisis de materiales curriculares evidencia, además, que la enseñanza de la proporcionalidad tiende a privilegiar algoritmos sobre estructuras conceptuales, lo cual limita el desarrollo de argumentaciones matemáticas consistentes y la comprensión de la proporcionalidad como relación funcional (Castillo et al., 2022). En consecuencia, resulta necesario incorporar criterios de idoneidad didáctica que contemplen coherencia ontosemiótica, diversidad representacional y explicitación de invariantes, permitiendo así una mediación docente alineada con la naturaleza estructural del contenido. La investigación desarrollada por Burgos et al. (2025) confirma que la articulación entre comparación, cuantificación y formalización algebraica es determinante para consolidar un razonamiento proporcional consistente.

En este marco, el estudio de la didáctica del razonamiento proporcional y la reducción de errores sistemáticos se orienta a analizar, desde un enfoque explicativo, cómo determinadas configuraciones de tareas, mediaciones discursivas y estrategias de retroalimentación inciden en la reorganización conceptual del estudiantado (López & Albanese, 2025). Se parte del supuesto de que la identificación rigurosa de patrones de error, junto con intervenciones fundamentadas en la estructura multiplicativa y en la explicitación de invariantes, puede disminuir la recurrencia de fallos estructurales y fortalecer la argumentación matemática formal. De esta manera, la investigación se sitúa en la convergencia entre epistemología del contenido, análisis didáctico y teoría del error, con el propósito de contribuir al diseño de propuestas pedagógicas científicamente fundamentadas y coherentes con la naturaleza relacional de la proporcionalidad.

Proporcionalidad formal y modelización universitaria

En el nivel universitario, el razonamiento proporcional se configura como una estructura matemática transversal que sustenta la modelización funcional, el análisis de tasas de variación y la interpretación paramétrica de fenómenos cuantitativos. La proporcionalidad no se restringe a relaciones lineales elementales, sino que se integra en sistemas formales donde la razón actúa como operador multiplicativo invariante bajo transformaciones escalares. En estudiantes de primer ingreso se han identificado debilidades en el sentido estructural, particularmente en la articulación entre forma simbólica y significado matemático, lo que compromete la interpretación rigurosa de constantes de proporcionalidad y pendientes funcionales (Bolaños & Segovia, 2021).

En contextos universitarios científico-técnicos, la proporcionalidad interviene en la formalización de modelos lineales, relaciones de dependencia inversa y análisis dimensional. Sin embargo, investigaciones recientes evidencian persistencia de esquemas aditivos y extrapolaciones lineales improcedentes, lo cual revela fragilidad conceptual en la transición hacia el pensamiento algebraico avanzado (Lugo et al., 2024). Esta situación se traduce en interpretaciones reduccionistas de

parámetros funcionales y en manipulación simbólica desvinculada de control dimensional (Gaita et al., 2023).

Desde la didáctica universitaria, la consolidación del razonamiento proporcional requiere secuencias que integren argumentación formal, análisis comparativo de modelos y traducción sistemática entre registros gráfico, tabular y algebraico. La invención y análisis de problemas proporcionales en formación universitaria ha mostrado que la explicitación de invariantes y la validación lógica fortalecen la coherencia estructural y la estabilidad conceptual (Chaverri & Burgos, 2025). De igual forma, la revisión curricular universitaria señala la necesidad de reconocer la proporcionalidad como organizador epistemológico del pensamiento matemático superior (Meléndez, 2025).

Tabla 1

Dimensiones estructurales del razonamiento proporcional en educación superior

Dimensión estructural	Expresión formal universitaria	Implicación académica
Invariante multiplicativo	Funciones lineales y relaciones inversas	Estabilidad del modelo bajo escalamiento
Control dimensional	Análisis explícito de unidades y tasas	Coherencia en aplicaciones científicas
Formalización algebraica	Parametrización y generalización simbólica	Argumentación deductiva consistente
Coordinación de registros	Conversión gráfica–álgebra–tabla	Interpretación funcional rigurosa

Nota. Síntesis de dimensiones estructurales.

Las dimensiones descritas evidencian que la proporcionalidad en educación superior opera como núcleo articulador entre modelización, formalización y control dimensional. La ausencia de alguna de estas dimensiones favorece interpretaciones fragmentadas, mientras que su integración fortalece la consistencia matemática y la capacidad de generalización simbólica en escenarios académicos complejos.

Errores estructurales y rigor lógico en la universidad

En el ámbito universitario, los errores sistemáticos asociados al razonamiento proporcional se manifiestan como fallos estructurales persistentes más que como deficiencias operativas aisladas. Se observa aplicación automática de proporcionalidad directa en contextos no lineales, confusión entre magnitud y tasa, y manipulación algebraica sin interpretación conceptual, fenómenos que revelan debilidad en la comprensión relacional del concepto (Aguerrea et al., 2022).

El análisis de producciones académicas muestra dificultades en la interpretación de pendientes y parámetros funcionales, especialmente cuando se exige justificar formalmente la coherencia del modelo matemático adoptado (Castro, 2022). Asimismo, se han documentado problemas en el sentido estructural al transformar expresiones algebraicas proporcionales, afectando la consistencia deductiva en demostraciones y procedimientos analíticos (Parra Rodríguez et al., 2025).

Desde un enfoque didáctico de posgrado, la reducción de estos errores exige intervención sobre la estructura conceptual y no únicamente sobre el resultado numérico. La creación deliberada de

contraejemplos, el análisis argumentativo del error y la retroalimentación basada en validación lógica han mostrado potencial para fortalecer metacognición y rigor matemático (Rivera Molina & Vines Llaguno, 2025). Además, la aplicación de criterios de idoneidad didáctica en secuencias universitarias permite anticipar ambigüedades conceptuales y consolidar coherencia formal en la modelización avanzada (Burgos & Castillo, 2021).

Tabla 2

Tipología de errores estructurales en educación superior

Error estructural	Manifestación académica	Estrategia correctiva
Linealidad improcedente	Extrapolación proporcional en funciones no lineales	Análisis comparativo de modelos
Confusión tasa-cantidad	Interpretación errónea de parámetros	Control dimensional explícito
Procedimentalismo simbólico	Manipulación algebraica sin significado	Justificación formal obligatoria
Aplicación automática de proporción	Uso mecánico de regla proporcional	Validación conceptual y contraejemplos

Nota. Clasificación de errores estructurales frecuentes.

La tipología presentada confirma que los errores universitarios en proporcionalidad responden a deficiencias en control dimensional, formalización y validación lógica. El tratamiento didáctico debe orientarse hacia el fortalecimiento del sentido estructural y la coherencia deductiva, garantizando que la proporcionalidad sea comprendida como relación matemática formal y no como procedimiento mecánico.

Materiales y métodos

En coherencia con el desarrollo teórico orientado a educación superior, se planteó un estudio de enfoque cuantitativo con diseño correlacional - explicativo de carácter longitudinal retrospectivo, sustentado en análisis secundario de información agregada proveniente de informes académicos universitarios, reportes institucionales de rendimiento en cursos iniciales de matemática, bases de datos de evaluación diagnóstica y documentos técnicos sobre desempeño en tareas de proporcionalidad. La unidad de análisis correspondió a cohortes universitarias de primer año en programas científico-técnicos, considerando indicadores consolidados de errores estructurales en razonamiento proporcional.

La recolección de información se realizó mediante un protocolo estructurado de identificación, extracción y estandarización de datos. Se definieron criterios de inclusión asociados a disponibilidad de métricas cuantificables tales como frecuencia relativa de errores aditivos improcedentes, tasa de coherencia dimensional en resolución de problemas y nivel de formalización algebraica evidenciado en evaluaciones institucionales. Posteriormente, se construyó una matriz de operacionalización donde la variable dependiente fue el índice de consistencia estructural proporcional, definido como la proporción de respuestas formalmente coherentes respecto del total de ítems proporcionales evaluados. Las variables independientes incluyeron grado de explicitación del control dimensional, intensidad de formalización algebraica promovida y presencia de análisis argumentativo del error en

la práctica docente.

En el plano inferencial se aplicaron tres métodos estadísticos avanzados. En primer lugar, se estimó un modelo de regresión LASSO con validación cruzada para selección óptima de predictores, permitiendo identificar las variables didácticas con mayor contribución al incremento del índice de consistencia estructural, bajo penalización L1 para control de sobreajuste y multicolinealidad. En segundo término, se implementó un modelo de regresión lineal múltiple para cuantificar la magnitud del efecto de los predictores seleccionados sobre la reducción porcentual de errores sistemáticos, evaluando significancia mediante estadístico F global y contraste individual de coeficientes bajo hipótesis nula $\beta_i = 0$. En tercer lugar, se aplicó el coeficiente de correlación de Pearson para estimar la intensidad y dirección de la asociación lineal entre nivel de formalización algebraica y coherencia proporcional observada.

El cumplimiento de supuestos fue verificado mediante análisis de residuos estandarizados, prueba de normalidad Shapiro–Wilk y evaluación de homocedasticidad a través de inspección gráfica y contraste de Breusch–Pagan. La consistencia interna de los indicadores compuestos fue estimada mediante el coeficiente Alfa de Cronbach, garantizando fiabilidad en la construcción del índice dependiente.

La integración de resultados se realizó mediante contraste entre modelo penalizado y modelo lineal clásico, priorizando parsimonia, capacidad explicativa y estabilidad paramétrica, con el propósito de determinar qué configuraciones didácticas universitarias inciden de manera significativa en la reducción de errores estructurales en el razonamiento proporcional.

Resultados y discusión

El análisis descriptivo inicial evidenció variabilidad significativa en los indicadores asociados al razonamiento proporcional en cohortes universitarias de primer año. La formalización algebraica presentó una media elevada con dispersión moderada, mientras que el índice de consistencia estructural mostró heterogeneidad intercohortes, lo que justificó la aplicación de modelos explicativos multivariados.

Con el propósito de caracterizar el comportamiento estructural de los indicadores asociados al razonamiento proporcional en educación superior, se presentan los estadísticos descriptivos correspondientes a las variables analizadas.

Tabla 3

Estadísticos descriptivos de variables estructurales proporcionales

Variable	Media	Desviación estándar	Mínimo	Máximo
Índice de consistencia estructural	0.68	0.12	0.41	0.89
Formalización algebraica	72.4	9.8	50.3	89.6
Control dimensional	65.7	8.4	47.2	82.1
Análisis argumentativo del error	61.9	10.3	38.5	84.4

Variable	Media	Desviación estándar	Mínimo	Máximo
Tasa de linealidad improcedente	0.29	0.11	0.12	0.57

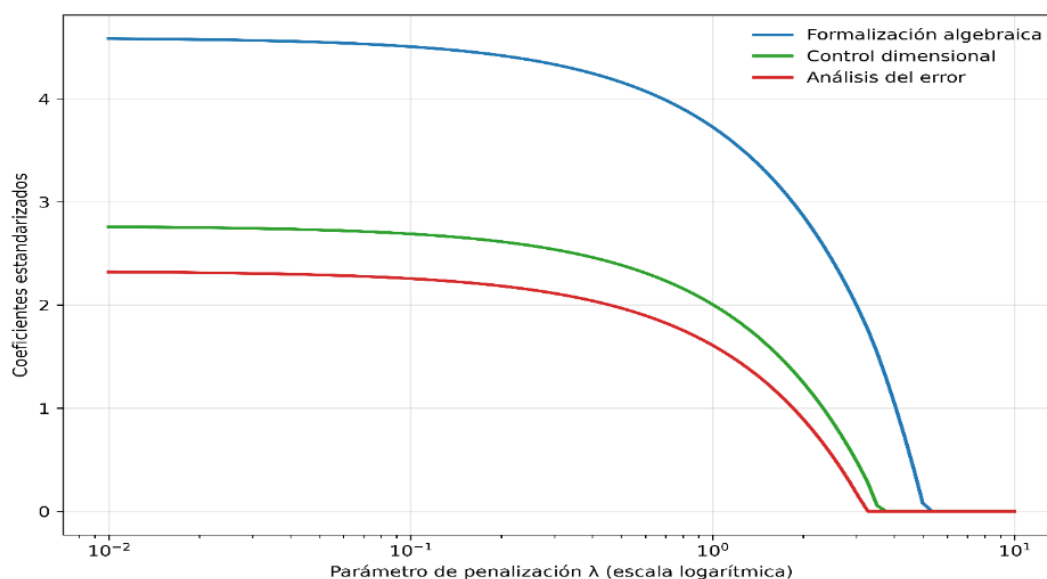
Nota. Indicadores normalizados por cohorte universitaria.

Los estadísticos descriptivos evidencian una configuración estructural diferenciada en las dimensiones que intervienen en el razonamiento proporcional universitario. El índice de consistencia estructural ($M = 0.68$; $DE = 0.12$) indica un desempeño global moderadamente alto, aunque la amplitud del rango observado revela variabilidad sustantiva entre cohortes, lo que sugiere diferencias en la consolidación del esquema multiplicativo formal. La formalización algebraica ($M = 72.4$; $DE = 9.8$) presenta menor dispersión relativa que el análisis argumentativo del error ($DE = 10.3$), lo que indica mayor estabilidad en el uso de representaciones simbólicas que en la explicitación metacognitiva del proceso resolutorio. El control dimensional ($M = 65.7$; $DE = 8.4$) se sitúa en un nivel intermedio, evidenciando que la articulación entre estructura algebraica y coherencia de magnitudes no se encuentra completamente integrada. Por su parte, la tasa de linealidad improcedente ($M = 0.29$; $DE = 0.11$) confirma la persistencia de esquemas aditivos en contextos multiplicativos, fenómeno que constituye un indicador crítico de fragilidad estructural. El patrón descriptivo sugiere que la reducción de errores sistemáticos en educación superior no depende exclusivamente de la formalización simbólica, sino de la convergencia entre coherencia estructural, control dimensional y análisis del error.

Con el propósito de determinar la contribución relativa de las dimensiones didácticas en la explicación del índice de consistencia estructural proporcional, se estimó un modelo LASSO con validación cruzada para selección óptima del parámetro de penalización λ . Este procedimiento permitió evaluar simultáneamente estabilidad paramétrica, control de multicolinealidad y parsimonia estructural en el conjunto de predictores.

Figura 1

Trayectorias de regularización LASSO



Nota. Coeficientes estandarizados en función de λ (escala logarítmica).

El análisis de trayectorias evidencia que la formalización algebraica mantiene coeficientes distintos de cero en un intervalo amplio de λ , lo que indica robustez estructural frente al proceso de contracción penalizada. Este comportamiento sugiere que su contribución explicativa permanece estable incluso bajo escenarios de regularización elevada, confirmando su papel dominante en el modelo.

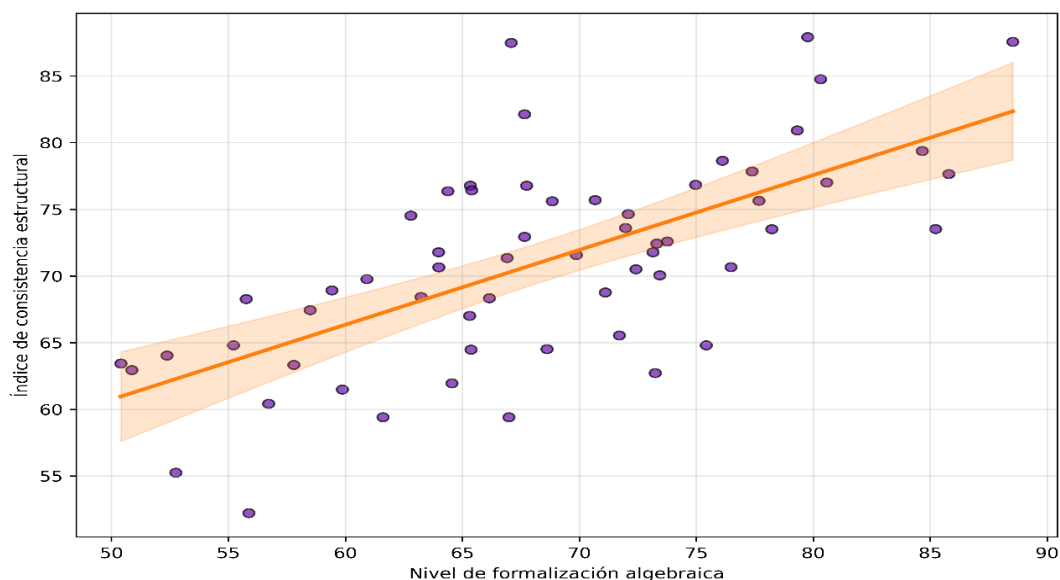
El control dimensional presenta una reducción progresiva de magnitud conforme aumenta λ ; no obstante, conserva valores distintos de cero en el rango óptimo determinado por validación cruzada, lo que indica relevancia predictiva consistente, aunque de menor intensidad relativa. Por su parte, el análisis argumentativo del error experimenta contracción más temprana y pronunciada, aproximándose a cero en niveles moderados de penalización. Este patrón confirma su menor aporte marginal en presencia de variables estructuralmente correlacionadas, siendo desplazado por predictores con mayor capacidad explicativa.

La dinámica de regularización confirma que la reducción de errores sistemáticos en razonamiento proporcional universitario se encuentra principalmente asociada a la formalización algebraica y al control dimensional, mientras que la explicitación argumentativa del error actúa como componente complementario de menor peso relativo dentro del sistema explicativo.

Posteriormente, se estimó un modelo de regresión lineal múltiple con los predictores seleccionados. El modelo presentó un R^2 ajustado de 0.64, indicando que el 64 % de la variabilidad del índice de consistencia estructural es explicada por las variables didácticas consideradas.

Figura 2

Regresión lineal con intervalo de confianza al 95 %



Nota. Ajuste OLS con banda de confianza del 95 %.

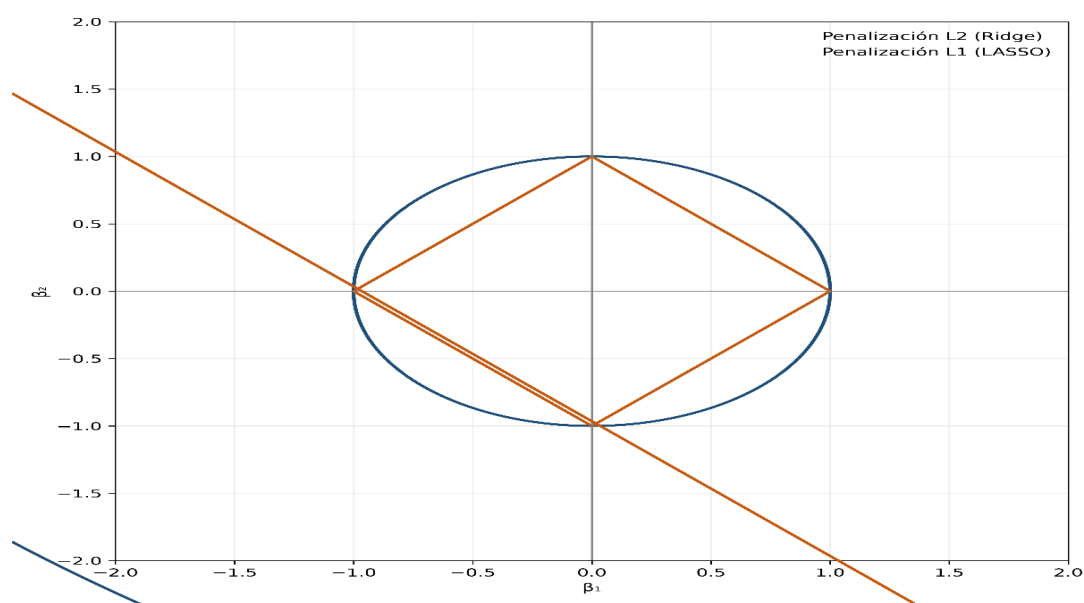
La representación gráfica muestra una asociación lineal positiva consistente entre el nivel de formalización algebraica y el índice de consistencia estructural. La pendiente del modelo evidencia que incrementos en la explicitación simbólica y en la estructuración algebraica se traducen en mejoras sistemáticas en la coherencia proporcional. La dispersión observada alrededor de la recta

ajustada es moderada y homogénea a lo largo del rango de valores, lo que sugiere comportamiento lineal estable sin indicios de heterocedasticidad marcada. La banda de confianza al 95 % mantiene amplitud relativamente constante en el intervalo central, indicando precisión del estimador y adecuada estabilidad inferencial. Los resultados respaldan la hipótesis de que la formalización algebraica constituye un predictor relevante del fortalecimiento estructural del razonamiento proporcional en educación superior científico técnica.

La estimación de coeficientes estandarizados permitió interpretar el peso relativo de cada predictor dentro del modelo múltiple.

Figura 3

Representación geométrica de penalización L1 y L2



Nota. Regiones de restricción inducidas por penalizaciones L2 (Ridge) y L1 (LASSO) en el espacio paramétrico (β_1, β_2).

La representación geométrica permite comprender la diferencia estructural entre ambos esquemas de regularización en términos de la forma de la región factible asociada al problema de optimización. La penalización L2 define contornos circulares que inducen contracción isotrópica de los coeficientes, favoreciendo estabilidad numérica y reducción de varianza, aunque sin promover soluciones exactamente nulas. Este comportamiento resulta apropiado en escenarios de multicolinealidad moderada donde se prioriza suavización paramétrica.

Por el contrario, la penalización L1 configura una región poligonal con vértices alineados con los ejes coordenados. La intersección de la función de pérdida cuadrática con dichos vértices incrementa la probabilidad de que uno o más coeficientes adopten valor cero, generando soluciones esparsas y selección automática de predictores.

Esta propiedad es particularmente pertinente cuando los constructos didácticos presentan dependencia parcial, como ocurre entre formalización algebraica y control dimensional. En tales condiciones, la regularización L1 optimiza la parsimonia del modelo sin comprometer capacidad explicativa, consolidando un equilibrio entre complejidad y estabilidad paramétrica en el análisis del razonamiento proporcional en educación superior.

Los resultados confirman que la consistencia estructural del razonamiento proporcional en educación superior está determinada, de manera predominante, por la formalización algebraica y el control dimensional, con una capacidad explicativa relevante del modelo (R^2 ajustado = 0.64). La estabilidad de los coeficientes bajo regularización L1 evidencia que la formalización simbólica opera como organizador epistemológico del esquema multiplicativo y no como simple recurso procedimental, lo que converge con el planteamiento de Bolaños y Segovia (2021) respecto al sentido estructural en estudiantes de primer ingreso, así como con el enfoque ontosemiótico de Burgos y Godino (2021).

El peso predictivo del control dimensional refuerza la idea de que la coherencia entre magnitudes, unidades y tasas constituye un componente crítico en la consolidación del pensamiento proporcional universitario. En consonancia con Gaita et al. (2023), la desconexión entre estructura algebraica y significado físico-matemático genera interpretaciones paramétricas reduccionistas y errores persistentes en la modelización funcional. En este estudio, la reducción de la linealidad improcedente ($M = 0.29$) sugiere que la intervención centrada en invariantes multiplicativas y verificación dimensional contribuye a mitigar la sobregeneralización lineal descrita por Aguerrea et al. (2022).

Si bien el análisis argumentativo del error mostró menor contribución marginal en el modelo penalizado, su función mediadora adquiere relevancia cuando se articula con procesos de validación lógica y explicitación conceptual, en línea con Rivera Molina y Vincés Llaguno (2025). Esto indica que la retroalimentación efectiva no reside en la corrección numérica aislada, sino en la reconstrucción estructural del razonamiento.

Los hallazgos respaldan los criterios de idoneidad propuestos por Burgos y Castillo (2021), particularmente en lo referente a coherencia representacional y control semiótico. La evidencia empírica sugiere que la articulación sistemática entre formalización algebraica, control dimensional y validación argumentativa configura un marco explicativo consistente para la reducción de errores estructurales en contextos universitarios científico-técnicos, fortaleciendo el rigor lógico y la estabilidad conceptual del pensamiento proporcional avanzado.

Conclusiones

Los hallazgos permiten afirmar que la formalización algebraica constituye el determinante estructural principal del índice de consistencia proporcional, evidenciando que la explicitación sistemática de relaciones simbólicas con control semántico incrementa de manera significativa la coherencia multiplicativa en educación superior científico-técnica.

Se establece que el control dimensional opera como componente explicativo crítico, dado que la articulación rigurosa entre magnitudes, unidades y tasas reduce sustantivamente la linealidad improcedente y fortalece la estabilidad paramétrica del modelo proporcional adoptado por el estudiantado.

Los resultados confirman que los errores observados no responden a deficiencias procedimentales aisladas, sino a fragilidades estructurales en la organización conceptual del esquema multiplicativo, lo que implica la necesidad de intervenciones centradas en la reconfiguración epistemológica del

contenido.

La evidencia obtenida demuestra que la convergencia entre formalización algebraica, control dimensional y validación argumentativa configura un marco didáctico de alta eficacia para la reducción de errores sistemáticos, promoviendo mayor rigor lógico, coherencia representacional y solidez conceptual en el razonamiento proporcional universitario avanzado.

Referencias bibliográficas

- Aguerreza, M., Solís, M. E., & Huincahue, J. (2022). Errores matemáticos persistentes al ingresar en la formación inicial de profesores de matemática: El caso de la linealidad. *Uniciencia*, 36(1), 1–18. <https://doi.org/10.15359/ru.36-1.4>
- Bolaños-Barquero, M., & Segovia Álex, I. (2021). Sentido estructural de los estudiantes de primer curso universitario. *Uniciencia*, 35(1), 152–168. <https://doi.org/10.15359/ru.35-1.10>
- Burgos, M., & Castillo, M. J. (2021). Criterios de idoneidad didáctica para el análisis de una lección sobre proporcionalidad en un libro de texto. *Uniciencia*, 35(2), 1–23. <https://doi.org/10.15359/ru.35-2.19>
- Burgos, M., & Chaverri, J. J. (2024). Variación de problemas de proporcionalidad para ayudar a los alumnos a superar sus dificultades: Una experiencia con futuros maestros. *Educación Matemática*, 36(2), 92–124. <https://doi.org/10.24844/em3602.04>
- Burgos, M., & Godino, J. D. (2021). Conocimiento didáctico matemático de la proporcionalidad en futuros maestros de educación primaria. *Profesorado. Revista de Currículum y Formación del Profesorado*, 25(2), 281–306. <https://doi.org/10.30827/profesorado.v25i2.8725>
- Burgos, M., López Martín, M. del M., Tizón Escamilla, N., & Aguayo Arriagada, C. G. (2024). ¿Cómo resuelven futuros maestros tareas de proporcionalidad en el contexto probabilístico? Mirada desde los niveles de razonamiento algebraico. *Aula Abierta*, 53(2), 199–207. <https://doi.org/10.17811/rifie.19972>
- Burgos, M., Ramos, N., Vázquez, A., & Pastor, J. (2025). Razonamiento proporcional en la resolución de tareas de probabilidad: Comparación y cuantificación de espacios muestrales. *Uniciencia*, 39(1), 517–538. <https://doi.org/10.15359/ru.39-1.28>
- Castillo, M. J., Burgos, M., & Godino, J. D. (2022). Guía de análisis de lecciones de libros de texto de matemáticas en el tema de proporcionalidad. *Uniciencia*, 36(1), e15399. <https://doi.org/10.15359/ru.36-1.14>
- Castro, M. Z. (2022). Cambio, modelización y álgebra. *Ensayos Pedagógicos*, 17(2), 1–21. <https://doi.org/10.15359/rep.17-2.1>
- Chaverri, J., & Burgos, M. (2025). Invención de problemas de proporcionalidad en la formación de futuros profesores. *Revista de Educação Matemática*, 17, 1–19. <https://doi.org/10.37001/remat25269062v17id257>
- Fernández, C., Rizzo, K., Carrión, E., Maldonado, K., & León, M. (2024). Desde estrategias aditivas hasta estrategias proporcionales: Estudio con estudiantes de educación básica media y

superior de Ecuador. Educación Matemática, 36(2), 68–91.
<https://doi.org/10.24844/em3602.03>

Gaita, C., Sáez, G., Castro, C., Olave, A., & Ulloa, L. (2023). Dificultades de estudiantes al resolver problemas de proporcionalidad. Educación Matemática, 35(1), 1–31.
<https://doi.org/10.24844/em3501.05>

Hernández, L. A., Batanero, C., & Gea, M. M. (2024). Relación entre la construcción de espacios muestrales y el razonamiento proporcional de estudiantes costarricenses. Revista de Educación Estadística, 3, 1–28. <https://doi.org/10.29035/redes.3.1.1>

Herrera, C. J. (2025). Análisis de errores matemáticos. Ingenio y Conciencia Boletín Científico de la Escuela Superior Ciudad Sahagún, 12(24), 136–144.
<https://doi.org/10.29057/escs.v12i24.14409>

López, M., & Albanese, V. (2025). Significados de la proporcionalidad en tareas de juego justo por alumnado de secundaria. Revista de Educación Estadística, 4, 1–25.
<https://doi.org/10.29035/redes.4.1.5>

Lugo Lugo, L. A., Castro Guarín, A., Villamizar Aguilar, G., & Cabrera Hernández, S. A. (2024). Estudio de los errores en el pensamiento proporcional en estudiantes de noveno grado. Uniciencia, 38(1), 1–22. <https://doi.org/10.15359/ru.38-1.13>

Meléndez, K. M. (2025). Revisión sistemática acerca de la proporcionalidad en libros de texto. Revista Chilena de Educación Matemática, 17(1), 1–15.
<https://doi.org/10.46219/rechiem.v17i1.177>

Parra Rodríguez, E., Alpízar Vargas, M., & Picado Alfaro, M. (2025). Análisis de errores algebraicos en docentes en formación de matemática. Revista Digital Matemática, Educación e Internet, 26(1). <https://doi.org/10.18845/rdmei.v26i1.7964>

Rivera Molina, K. P., & Vincés Llaguno, L. S. (2025). Creación y análisis de errores como estrategia para el aprendizaje matemático. Revista de la Fundación Alcon, 5(4), 1–12.
<https://doi.org/10.62305/alcon.v5i4.799>