

El aula invertida en el aprendizaje de progresiones aritméticas en estudiantes de segundo de bachillerato

Pablo Francisco Canelos Vargas

<https://orcid.org/0009-0002-7722-163X>

c.pablo1993@hotmail.com

Universidad Nacional de Educación (UNAE)

Nueva Loja – Ecuador

Julio Vicente Paredes Riera

<https://orcid.org/0000-0001-8489-490X>

julio.paredes@multiversidadreal.edu.mx

Multiversidad Mundo Real Edgar Morin (UMEN)

Machala – Ecuador

Cómo citar:

El aula invertida en el aprendizaje de progresiones aritméticas en estudiantes de segundo de bachillerato. (2026). *Visión Académica*, 4(3), 812-838. <https://doi.org/10.70577/ks00bd25>

Fecha de recepción: 2026-07-14

Fecha de aceptación: 2026-07-28

Fecha de publicación: 2026-08-24

Resumen

El presente estudio tuvo como propósito analizar la contribución del aula invertida en el aprendizaje de las progresiones aritméticas en los estudiantes de segundo de bachillerato de una unidad educativa fiscal del cantón Lago Agrio, en la ciudad de Nueva Loja, Ecuador. Se desarrolló bajo un enfoque cuantitativo con diseño cuasiexperimental y estadístico; además, para la recolección de datos, se utilizó el pretest y el postest. La muestra fue seleccionada mediante un muestreo por conveniencia, considerando criterios de accesibilidad y viabilidad y se conformó por 40 estudiantes ($n=40$), distribuidos en un grupo experimental y un grupo control. Los resultados mostraron que el aula invertida contribuyó de manera estadísticamente significativa y positiva al aprendizaje de las progresiones aritméticas; así, en el grupo experimental se evidenció un incremento en el rendimiento y pasó de tener 6,98 puntos en el pretest a 8,06 puntos en el postest, mostrando una ganancia de 1,08 puntos; a diferencia del grupo control que presentó una disminución, pasando de 7,10 puntos en el pretest a 6,85 puntos en el postest. Asimismo, se incluyó una prueba estadística inferencial para sostener la significancia estadística, en esta se incluyeron pruebas como: t de Student para muestras relacionadas, t para muestras independientes, ANCOVA, análisis de diferencia de diferencias e intervalos de confianza. La intervención tuvo una duración limitada, los resultados deben interpretarse considerando el carácter exploratorio y contextual del estudio, pero sirve como base para considerar la aplicación de esta metodología en investigaciones futuras.

Palabras clave: aula invertida; progresiones aritméticas; metodologías activas; sucesiones; pensamiento algebraico.

The Flipped Classroom in Teaching Arithmetic Progressions to High School Sophomores

Abstract

The purpose of this study was to analyze the contribution of the flipped classroom to the learning of arithmetic progressions among 12th-grade students at a public school in the Lago Agrio canton, in the city of Nueva Loja, Ecuador. The study was conducted using a quantitative approach with a quasi-experimental and statistical design; in addition, pretests and posttests were used for data collection. The sample was selected through convenience sampling, taking into account criteria of accessibility and feasibility, and consisted of 40 students ($n=40$), divided into an experimental group and a control group. The results showed that the flipped classroom made a statistically significant and positive contribution to learning arithmetic progressions; thus, the experimental group showed an increase in performance, rising from 6.98 points on the pretest to 8.06 points on the posttest, representing a gain of 1.08 points; in contrast, the control group showed a decrease, falling from 7.10 points on the pretest to 6.85 points on the posttest. Furthermore, an inferential statistical test was included to confirm statistical significance; this included tests such as Student's t-test for paired samples, t-test for independent samples, ANCOVA, analysis of differences of differences, and confidence intervals. The intervention was of limited duration; the results should be interpreted in light of the exploratory and contextual nature of the study, but they serve as a basis for considering the application of this methodology in future research.

Keywords: flipped classroom; arithmetic progressions; active learning methodologies; sequences; algebraic thinking.

Introducción

Para analizar el aula invertida como estrategia para facilitar el aprendizaje de progresiones aritméticas, es necesario trascender una interpretación instrumental de la metodología, que se comprende únicamente como la transferencia de la explicación de los contenidos fuera del aula. Su potencial educativo se basa en cómo los recursos previos, las actividades presenciales, la interacción entre estudiantes y docente, y los procesos de autorregulación crean oportunidades para que el estudiante convierta la información inicial en conocimiento matemático. En este sentido, las aportaciones de Piaget, Ausubel, Vygotsky y Bruner posibilitan la creación de una lógica explicativa en la que el aula invertida funciona como una metodología para organizar la experiencia pedagógica. Al mismo tiempo, los procesos cognitivos y sociales que explican las teorías del aprendizaje son los que permiten entender cómo esa organización puede ayudar a comprender las progresiones aritméticas.

Desde una perspectiva compleja de la educación, esta reorganización de la experiencia pedagógica exige comprender el aprendizaje como un proceso multidimensional en el que convergen las condiciones cognitivas, afectivas, sociales y contextuales del estudiante. En esta línea, Paredes Riera y Paredes Riera (2025) destacan la importancia de articular los aportes de la psicología y la bioeducación para comprender

las prácticas docentes desde una perspectiva que trascienda la transmisión fragmentada de contenidos, esta aproximación es pertinente para el aula invertida, en tanto esta metodología no adquiere sentido por el simple desplazamiento temporal de la instrucción, sino por la capacidad de generar experiencias de aprendizaje mediadas, activas y contextualizadas que favorezcan la construcción significativa del conocimiento matemático.

La construcción activa del conocimiento y la abstracción matemática de Piaget

Piaget señala que el conocimiento es producto de una construcción progresiva en la cual la persona, además de recibir información, también transforma de manera cognitiva lo que interactúa. En su estudio sobre la formación del número, asegura que las estructuras numéricas están conectadas con la coordinación de relaciones, acciones y operaciones y no solamente con la capacidad de repetir procedimientos. En este sentido, Piaget analiza la formación de la idea de número e indica que su construcción tiene conexión con procesos lógicos tales como la seriación, la clasificación, la correspondencia y la conservación (Piaget, 1952).

Lo anterior es importante para aprender las progresiones aritméticas, puesto que estas no son solamente una secuencia de números que se memorizan mediante una fórmula. Para comprenderlas, los estudiantes tienen que reconocer una regularidad, identificar la diferencia constante entre términos, relacionar los elementos de la sucesión y expresar la regla de formulación para después generalizarla a través de una representación algebraica. En este sentido y desde la perspectiva piagetiana, el aprendizaje se puede optimizar cuando el estudiante tiene la capacidad de proceder sobre objetos matemáticos, reconocer patrones, reconstruir las propiedades de la sucesión y establecer relaciones en lugar de solo recibir la fórmula ($a_n = a_1 + (n-1)d$).

Adicional a esto, el concepto de abstracción reflexionante desarrollado por Piaget es un aporte principalmente significativo para este estudio. Este autor conecta este proceso con la creación del conocimiento matemático y con la capacidad de deducir propiedades y relaciones a partir de las acciones que el individuo lleva a cabo en sus obras posteriores como la realizada sobre la reflexión de la abstracción que tienen una relación directa con la formación de analogías, el razonamiento matemático, la comparación y ordenación de series, además de los procesos de generalización (Piaget, 1977/2001).

Desde una perspectiva crítica, esta propuesta tiene la capacidad de optimizar el aprendizaje de progresiones aritméticas mediante el aula invertida. Cabe aclarar que no es que Piaget haya planteado el aula invertida, sino debido a que su noción del aprendizaje facilita la identificación del tipo de actividad que se debería realizar en un aula invertida. En este sentido, la actividad cognitiva de seriación, construcción, identificación de relaciones y abstracción es la que crearía la mejora. Por consiguiente, en el material previo se pueden presentar ejemplos y situaciones problemáticas y el tiempo presencial se puede usar para justificar la expresión general, la comparación de sucesiones, la formulación de conjeturas o el encuentro

de diferencias comunes. En consecuencia, el aula invertida sería pedagógicamente coherente con Piaget si facilita que el estudiantado establezca relaciones matemáticas mediante la actividad y no solamente a través de la repetición de una explicación.

Sin embargo, es necesario establecer una limitación, ya que, desde una interpretación estrictamente piagetiana de las etapas de desarrollo, se puede dar una explicación insuficiente del aprendizaje de los estudiantes de segundo de bachillerato, los cuales están en una etapa donde el razonamiento formal les facilita el manejo de abstracciones e hipótesis, pero diferencias significativas en que lo se refiere a conocimientos previos y experiencias matemáticas. Por tanto, sería inapropiado conjeturar que todos los estudiantes desarrollarán automáticamente el pensamiento algebraico en una etapa cronológica específica. Así, para esta investigación el aporte de Piaget resulta más fructífero si se aplica para la construcción activa, la abstracción matemática y la coordinación de relaciones, en lugar de ser utilizada como una interpretación determinista del desempeño.

Conocimientos previos y el aprendizaje significativo de Ausubel

Por su parte Ausubel desarrolla una explicación diferente, pero que complementa lo anterior. Para este autor el aprendizaje de los estudiantes depende principalmente de la estructura cognitiva que posee el estudiante. En este sentido, se plantea que el factor más importante para adquirir el aprendizaje es el conocimiento previo del estudiante y que la enseñanza debe ser organizada acorde con este conocimiento. Su teoría establece diferencias entre el aprendizaje mecánico y el aprendizaje significativo, y otorga gran relevancia a la articulación de conocimientos nuevos dentro de estructuras conceptuales preliminarmente existentes (Ausubel, 1968).

Entre los principales conceptos de Ausubel se encuentra el de organizadores previos, los cuales son comprendidos como materiales introductorios que sirven como puente entre los conocimientos que posee el estudiante y los nuevos conocimientos que el estudiante va a adquirir. Así, los organizadores deben presentar conceptos importantes y lo suficientemente generales antes de tratar la información específica con la finalidad de permitir que se integre en la estructura cognitiva.

La relación con las progresiones aritméticas es especialmente importante. El estudiante debe comprender o retomar conocimientos vinculados con operaciones numéricas, patrones, sucesiones, diferencias, expresiones algebraicas y relaciones entre cantidades antes de desarrollar la idea de progresión. Si no existen estos conocimientos o si están fragmentados, la exposición de la fórmula del término general puede volverse esencialmente una actividad memorística. Por lo tanto, desde Ausubel, se sabe que aprender una progresión aritmética es más significativo cuando el nuevo concepto puede basarse en conocimientos matemáticos que ya se tienen.

En este momento, el aula invertida tiene la capacidad de apoyar el planteamiento ausubeliano al preparar materiales previos que estén organizados con mucho cuidado. El estudiante podría, antes de la clase presencial, acceder a una breve explicación sobre patrones y sucesiones, resolver preguntas diagnósticas o analizar ejemplos sencillos. El profesor podría emplear esta información para determinar qué saberes están disponibles y cuáles necesitan ser reforzados. En la clase presencial, el tiempo podría utilizarse para crear vínculos entre esos conocimientos y las progresiones aritméticas, examinar fallos y solucionar situaciones más complejas.

Por lo tanto, la mejora que se deriva de lo planteado por Ausubel se localiza en el ámbito de la integración conceptual y la activación de saberes previos. La capacidad del estudiante para describir la relación entre una sucesión numérica, su diferencia común, el patrón de formación y la expresión algebraica correspondiente es un indicador de esta dimensión. La cuestión no solo sería comprobar si el estudiante logra el resultado correcto, sino también establecer si entiende por qué la expresión empleada simboliza la estructura de la progresión.

La visión de Ausubel también ofrece la posibilidad de incorporar una crítica significativa al aula invertida. Simplemente poner lecturas o videos antes de la clase no asegura que se produzca un aprendizaje significativo. Si el contenido anterior se restringe a convertir una clase magistral en un formato audiovisual, podría generarse un aprendizaje mecánico que la teoría de Ausubel pone en tela de juicio. Por lo tanto, el recurso digital tiene que desempeñar una función de organización cognitiva: retomar saberes previos, presentar ideas inclusivas, crear vínculos y preparar al alumno para las actividades matemáticas futuras. En este sentido, el aula invertida solo mejora el aprendizaje si la inversión del tiempo escolar va acompañada de una mediación pedagógica que busque integrar de manera significativa el conocimiento.

Mediación, interacción social y la Zona de Desarrollo Próximo (ZDP) de Vygotsky

La propuesta de Vygotsky presenta una dimensión que no puede ser explicada completamente desde un punto de vista solamente individuales decir, lo que representan la mediación cultural y la interacción social en el desarrollo de las funciones psicológicas superiores. Vygotsky, argumenta que el progreso de estas funciones está vinculado con signos y herramientas que han sido contruidos culturalmente y con la interacción social. La obra, construida con base en los textos de Vygotsky, pone de manifiesto su visión histórico-cultural del desarrollo en términos psicológicos (Vygotsky, *Mind in Society: Development of Higher Psychological Processes*, 1978).

La zona de desarrollo próximo (ZDP) es una noción particularmente importante para este estudio. Vygotsky distingue entre lo que el estudiante puede hacer por sí mismo y lo que puede lograr con la ayuda de un adulto o de compañeros con mayor capacidad de entendimiento. Desde este punto de vista, la enseñanza no debería restringirse a verificar lo que el estudiante es capaz de hacer por su cuenta; más bien, mediante la mediación, debe generar las circunstancias para que progrese hacia niveles más altos de desempeño.

Esta idea se enlaza con sus teorías sobre el lenguaje y el pensamiento, que también fueron desarrolladas en su obra, en la que estudia cómo interactúan las funciones mentales superiores con el lenguaje y el pensamiento (Vygotsky, 1986).

a implementación de este enfoque en las progresiones aritméticas es directa. Un estudiante puede reconocer que una sucesión crece de tres en tres, pero no necesariamente es capaz de explicar por qué esa regularidad se formula a través de una cierta expresión algebraica. La interacción con otros estudiantes y la mediación del profesor tienen el potencial de ayudarlo a progresar desde la identificación empírica del patrón hasta su representación simbólica y, posteriormente, su generalización. Por ejemplo, el docente puede guiar al estudiante desde un procedimiento inicial hacia un razonamiento más sofisticado en álgebra a través de preguntas orientadoras como "¿Qué es lo que varía entre un término y el siguiente?", "¿Qué se mantiene constante?", "¿Cómo podrías representar cualquier término?" o "¿Cómo demostrarías que tu expresión sirve para cualquier posición?".

Por lo tanto, la mejora más significativa que se puede fundamentar desde Vygotsky está relacionada con el aprendizaje colaborativo y la mediación pedagógica. En el aula invertida, se puede tratar el contenido introductorio de manera individual antes de la clase; por su parte, el encuentro presencial tiene la posibilidad de transformarse en un lugar para interactuar, debatir, argumentar y resolver problemas en equipo. Esta organización está de acuerdo con la noción de que el aprendizaje puede progresar a través de actividades realizadas con apoyo previo a conseguir un rendimiento autónomo.

Sin embargo, la teoría de Vygotsky también plantea la necesidad de cuestionar una interpretación superficial del aula invertida. Cuando la metodología exige que el alumno adquiera de manera independiente el contenido antes de llegar al aula y solo lo hace para demostrar su comprensión, existe el peligro de transferirle una responsabilidad que necesita mediación. Desde un punto de vista sociocultural, el componente presencial no debe limitarse a "realizar ejercicios"; tiene que convertirse en un espacio de mediación deliberada, en el que el profesor detecte problemas, ofrezca apoyos diferenciados, impulse la argumentación y retire gradualmente la asistencia mientras el alumno adquiere más autonomía.

La estructura del conocimiento, descubrimiento y currículo en espiral de Bruner

Bruner comparte la idea del constructivismo de que el estudiante es un participante activo en la construcción de conocimiento, aunque ofrece componentes especialmente eficaces para ilustrar la forma de organizar los contenidos matemáticos. En su obra, argumenta que la enseñanza tiene que enfocarse en la estructura de las disciplinas para que el estudiante entienda los conceptos básicos y los vínculos que estructuran un área del saber. La obra, además, sostiene que conceptos relevantes pueden ser tratados de manera gradual y con grados de formalización cada vez mayores (Bruner, 1960).

Porque el objetivo educativo no debería ser exclusivamente que el estudiante memorice la fórmula para encontrar el término general, este planteamiento es relevante para las progresiones aritméticas. La estructura matemática que se desea entender abarca la presencia de un patrón, las relaciones permanentes entre los términos, la capacidad de ilustrar la regularidad a través de registros diversos y la generalización de esta regularidad por medio del lenguaje algebraico. Por lo tanto, un aprendizaje consistente con Bruner puede estructurar el contenido a partir de situaciones específicas y representaciones simples hacia formas simbólicas más abstractas.

El currículo en espiral es otra contribución relevante. El contenido puede ser retomado posteriormente con niveles de profundidad cada vez mayores, en vez de ser presentado una única vez y asumido como aprendido. Para las progresiones, un primer acercamiento podría ser identificar patrones numéricos; luego, el estudiante puede distinguir la diferencia común; después, elaborar la regla de formación y, por último, generalizarla utilizando el término (n) -ésimo para resolver problemas. Así, la complejidad conceptual se incrementa paulatinamente.

Por lo tanto, la mejora que se puede obtener a partir de Bruner radica en el avance de la representación, el entendimiento de la estructura matemática y la generalización. El aula invertida tiene la posibilidad de emplear materiales anteriores para mostrar una primera interpretación de la idea y dedicar el tiempo presencial a que los estudiantes aborden problemas que necesiten moverse de un tipo de representación a otro; por ejemplo, pasar de tablas a expresiones, o desde expresiones hasta representaciones gráficas. También puede ser útil para transitar desde casos específicos a reglas generales, o desde procedimientos hasta argumentos matemáticos.

Además, Bruner ofrece una advertencia crítica. No se debe entender su énfasis en el descubrimiento como una defensa de que el estudiante descubra todo sin guía. Permitir que un estudiante esté totalmente aislado ante varias sucesiones en una clase de progresiones aritméticas puede generar procedimientos intuitivos sin afianzar el concepto matemático. La mediación del profesorado continúa siendo indispensable para dirigir la atención hacia las relaciones estructurales significativas. Por eso, en este estudio es más relevante referirse a descubrimiento dirigido que a descubrimiento completamente autónomo.

Articulación de estas teorías y el aula invertida

No se debe considerar a los cuatro autores como teorías que puedan ser reemplazadas ni como explicaciones idénticas; es precisamente porque facilitan la explicación de varios mecanismos del aprendizaje matemático que su valor para esta investigación es significativo. En este caso, Piaget contribuye con la construcción activa, con la coordinación de relaciones y con el proceso de abstracción; Ausubel aclara cómo se integran los conocimientos previos con los nuevos conocimientos; Vygotsky facilita la comprensión de la mediación, de la interacción y de cómo se avanza desde un desempeño asistido a un

desempeño independiente y Bruner aporta la organización en espiral del aprendizaje, la representación progresiva y la estructura del conocimiento.

Desde esta perspectiva, el aula invertida puede considerarse como una estrategia pedagógica que reorganiza la distribución del tiempo dedicado al aprendizaje. Sin embargo, su impacto educativo depende de los procedimientos que tengan lugar dentro y fuera del aula. En este sentido, Bergmann & Sams (2012) definen en su principio la lógica de la clase invertida como el movimiento de la presentación de contenidos al espacio anterior, así como el uso del tiempo de presencia para realizar actividades, solucionar problemas y recibir apoyo por parte del docente; también sugieren oportunidades para aprender paso a paso y a su propio ritmo y para aprender de forma autodirigida.

En el siguiente cuadro se pueden analizar las teorías mencionadas como categorías analíticas:

Tabla 1.

Relación entre componentes teóricos, aportes y aplicaciones en contextos educativos.

Componente teórico	Aporte principal	Aplicación al aula invertida	Aplicación a progresiones aritméticas	Manifestación observable
Piaget	Construcción activa y abstracción	Actividades presenciales de exploración y resolución	Identificación de relaciones, seriación y regularidades	Reconoce patrones y explica relaciones entre términos
Ausubel	Aprendizaje significativo y conocimientos previos	Material previo organizado y actividades diagnósticas	Vinculación entre sucesiones, operaciones, patrones y álgebra	Relaciona conocimientos previos con el concepto de progresión
Vygotsky	Mediación, interacción y ZDP	Trabajo colaborativo y acompañamiento docente	Resolución conjunta y argumentación sobre patrones y fórmulas	Resuelve problemas con apoyo y posteriormente de forma autónoma
Bruner	Estructura, representación y currículo en espiral	Secuencias didácticas progresivas	Paso de casos particulares a generalización algebraica	Formula y utiliza la expresión general de una progresión

Nota. *Elaboración propia.*

Desde esta perspectiva, la variable “aula invertida” no debería ser evaluada solamente por la presencia de videos, plataformas o actividades ejecutadas fuera del aula. Es necesario evaluar su relevancia pedagógica en función de lo que permite hacer con el tiempo de aprendizaje: estimular conocimientos previos, fomentar la exploración, propiciar la interacción, ofrecer retroalimentación, impulsar la autorregulación y destinar más tiempo presencial a tareas cognitivamente exigentes.

En este sentido, la formulación de estas teorías tiene una relevancia especial, ya que en una progresión aritmética se entrelazan patrones, relaciones, generalización y simbolización. El alumno tiene que dejar de estudiar casos individuales, por ejemplo (3, 7, 11, 15, \ldots), y comenzar a identificar la constante diferencia ($d=4$), determinar la posición de cada término y generalizar la relación por medio de $(a_n=a_1+(n-1)d)$. Por lo tanto, aprender progresiones no solo implica aplicar una fórmula, sino también entender la estructura que permite que esa fórmula funcione.

En este proceso, Piaget posibilita que se sustente la formación y coordinación de relaciones; Ausubel, el hecho de enlazar la evolución con conocimientos anteriores; Vygotsky, la relevancia de interactuar y mediar para progresar hacia formas más avanzadas de razonamiento; y Bruner, la necesidad de exponer la estructura matemática a través de representaciones cada vez más abstractas. El aula invertida tiene la capacidad de incorporar estos aportes si los recursos anteriores preparan a los alumnos en términos cognitivos y si el tiempo en persona se dedica a examinar patrones, cotejar procedimientos, debatir estrategias, solucionar problemas, fundamentar respuestas y construir generalizaciones.

Por lo tanto, el avance esperado no debería expresarse de manera general como "el aula invertida mejora el aprendizaje", sino con mayor exactitud: el aula invertida tiene potencial para mejorar el aprendizaje de progresiones aritméticas cuando su organización promueve la activación de saberes previos, la actividad cognitiva, la interacción colaborativa, la mediación del docente y la autorregulación. Estos procedimientos pueden llevar a una mayor habilidad para detectar patrones, establecer distinciones comunes, generalizar relaciones por medio de expresiones algebraicas y solucionar problemas relacionados con las progresiones.

Los enfoques de Piaget, Ausubel, Vygotsky y Bruner ofrecen un fundamento sólido para justificar por qué ciertas propiedades del aula invertida podrían beneficiar el aprendizaje de progresiones aritméticas; no obstante, ninguno de ellos respalda la afirmación independiente de que el aula invertida generará una mejora estadísticamente significativa en el rendimiento. Las teorías explican mecanismos de aprendizaje que son plausibles; sin embargo, el efecto debe ser verificado mediante métodos empíricos.

Para un estudio cuasiexperimental, esta diferenciación es particularmente relevante. La investigación no debe asumir que la teoría prueba la efectividad del aula invertida; en cambio, debe comenzar con una hipótesis que pueda ser contrastada: los alumnos que se involucran en una estrategia de aula invertida, creada según principios de construcción activa, mediación social, aprendizaje significativo, representación progresiva y autorregulación, podrían tener un rendimiento más alto en indicadores vinculados al aprendizaje de las progresiones aritméticas en comparación con los estudiantes que reciben educación tradicional. Así, el marco teórico ya no es un compendio de autores, sino que se transforma en la base de una relación explicativa que puede ser analizada a través del pretest, la intervención didáctica y el postest.

Por lo tanto, la contribución conjunta de estos referentes no se basa en demostrar con antelación cuán eficaz es el aula invertida, sino en explicar qué procedimientos deberían cambiarse para que esta estrategia tenga el potencial de producir una mejora visible. Esta exactitud robustece la coherencia entre intervención, medición y teoría, y posibilita que el estudio analice no solo si los alumnos logran resultados más favorables, sino también qué aspectos del aprendizaje de las matemáticas, la identificación de la diferencia común, la comprensión de patrones, la generalización algebraica, el uso de fórmulas y la solución de problemas, podrían estar vinculados con tal progreso.

En este contexto, la presente investigación se orienta a responder la siguiente pregunta: ¿En qué medida una intervención pedagógica basada en el modelo de aula invertida influye en el aprendizaje de progresiones aritméticas en estudiantes de segundo de bachillerato, en comparación con una metodología de enseñanza convencional?

A partir de esta pregunta, se plantea como hipótesis de investigación que los estudiantes que participan en una intervención pedagógica basada en el aula invertida alcanzarán un incremento significativamente mayor en el aprendizaje de progresiones aritméticas que aquellos estudiantes que reciben una metodología de enseñanza convencional.

Material y métodos

La presente investigación se desarrolló bajo un enfoque cuantitativo, ya que se orienta a la medición objetiva de los resultados obtenidos antes y después de la aplicación de la metodología de aula invertida. Este enfoque permite la recolección de datos numéricos mediante instrumentos estructurados y su posterior análisis estadístico, lo cual posibilita evaluar de manera precisa el comportamiento de las variables involucradas. También, el enfoque cuantitativo garantiza mayor objetividad, confiabilidad y sistematicidad en la obtención de conclusiones, al sustentarse en procedimientos estandarizados y en la comparación de resultados medibles (Hernández-Sampieri et al., 2018).

El alcance de la investigación fue aplicado, debido a que buscó dar solución a una problemática concreta del contexto educativo mediante la implementación de una propuesta metodológica innovadora orientada a mejorar el aprendizaje de las progresiones aritméticas en estudiantes de segundo de bachillerato. Asimismo, presentó un nivel explicativo, ya que buscó identificar y analizar el efecto que produce la variable independiente, aula invertida, sobre la variable dependiente, aprendizaje de las progresiones aritméticas, estableciendo relaciones de causa y efecto entre ambas.

Las técnicas empleadas en la investigación corresponden a la evaluación educativa y al análisis estadístico descriptivo. La evaluación se utilizó para recopilar información sobre el nivel de aprendizaje de los estudiantes antes y después de la intervención pedagógica, mientras que el análisis estadístico permitió

comparar los resultados obtenidos en ambas mediciones, facilitando la interpretación del impacto de la metodología aplicada.

Material

Como instrumentos de recolección de datos se utilizaron pruebas objetivas, específicamente un pretest y un posttest, diseñados para evaluar el aprendizaje de las progresiones aritméticas. Ambos instrumentos fueron estructurados en una escala de calificación de 0 a 10, lo que permitió medir de forma cuantitativa el progreso académico de los estudiantes.

Métodos

El método utilizado para esta investigación es el cuasiexperimental. La investigación cuasiexperimental es aquella cuyo propósito es comprobar una hipótesis de tipo causal a través de la manipulación (como mínimo) de una variable independiente, en situaciones donde no resulta posible asignar las unidades investigativas a los grupos de forma aleatoria por motivos éticos o logísticos (Fernández et al., 2014). Se trata del método fundamental de la investigación, ya que se utilizan grupos control y experimental, con un pretest y un posttest sin asignación aleatoria de los individuos; además, este método permite determinar vínculos de causa y efecto entre la variable independiente (el aula invertida) y la dependiente (el aprendizaje de progresiones aritméticas). Otro método usado para esta investigación es el estadístico. Según menciona Galarza (2011) el método estadístico es un conjunto de procedimientos para gestionar los datos cualitativos y cuantitativos que se obtienen en la investigación. El objetivo de esa gestión de datos es la verificación, en un sector específico de la realidad, de una o más consecuencias constatables que se derivan de la hipótesis general del estudio. En este estudio se emplea para clasificar, procesar e interpretar los datos cuantitativos que se han obtenido a lo largo de la investigación; involucra calcular estadísticas descriptivas (media, desviación estándar, valores mínimo y máximo), determinar la confiabilidad del instrumento a través del coeficiente Alfa de Cronbach y comparar los resultados del pretest y el posttest para comprobar el efecto de la intervención pedagógica.

Intervención (aula invertida)

La intervención pedagógica se llevó a cabo del 8 al 15 de junio de 2026, durante una semana. El pretest fue realizado el 8 de junio a los estudiantes de los grupos control y experimental con la finalidad de determinar el nivel inicial de aprendizaje sobre progresiones aritméticas. Después, el conjunto experimental asistió a cuatro sesiones presenciales de 40 minutos cada una (realizadas los días 9, 10, 11 y 12 de junio) que se basaban en el modelo de aula invertida. Para evaluar los aprendizajes logrados, el posttest se realizó en ambos grupos el 15 de junio.

La intervención se organizó en cuatro encuentros. La primera se enfocó en la introducción a las sucesiones numéricas y las progresiones aritméticas; la segunda trató sobre los componentes de una progresión aritmética y el cálculo del término general; la tercera se concentró en resolver problemas y ejercicios con contexto; y la cuarta incluyó actividades de aplicación, retroalimentación y preparación para el examen final. La metodología del aula invertida se estructuró en tres etapas. Los estudiantes, antes de la clase, revisaron videos educativos, consultaron contenido digital, contestaron preguntas orientativas, tomaron apuntes e identificaron sus dudas. En la clase, se llevaron a cabo las siguientes actividades: restablecimiento de saberes previos, intercambio de preguntas, breves explicaciones del maestro, solución individual y conjunta de problemas y ejercicios, presentación de procedimientos y retroalimentación formativa. Los alumnos ejecutaron, tras la clase, ejercicios adicionales, actividades de consolidación y procedimientos de autoevaluación. Los temas tratados incluyeron la identificación de sucesiones numéricas y progresiones aritméticas, el cálculo y reconocimiento de sus parámetros, así como la solución de problemas prácticos. En particular, se trabajó sobre las habilidades desagregadas M.5.1.53, M.5.1.54 y M.5.1.56, que están relacionadas con el indicador I.M.5.4.1.

Los recursos que se emplearon incluyen videos educativos accesibles a través de YouTube, equipo digital, computadora portátil, proyector multimedia, Internet institucional y calculadora científica. El docente asumió el rol de mediador y facilitador, responsable de planificar la secuencia, brindar recursos, guiar las tareas, aclarar dudas, ayudar con la solución de problemas, dar retroalimentación y supervisar el avance del estudiantado.

Tabla 2.

Comparación entre grupo experimental y grupo control.

Aspecto	Grupo experimental	Grupo control
Metodología	Aula invertida	Metodología tradicional
Preparación previa	Videos y material digital	No se aplicó preparación mediante aula invertida
Trabajo presencial	Actividades activas y colaborativas	Explicación magistral y ejercicios
Rol docente	Mediador/facilitador	Principal transmisor de contenidos
Actividades	Resolución de problemas, colaboración y aplicación	Ejercicios individuales y actividades convencionales
Recursos	Videos, material digital, proyector, Internet, calculadora	Texto guía, pizarra y recursos convencionales
Retroalimentación	Permanente y durante la resolución	Posterior a la explicación y ejercicios
Contenidos	M.5.1.53, M.5.1.54 y M.5.1.56	Los mismos contenidos
Tiempo	4 sesiones × 40 minutos	4 sesiones × 40 minutos
Evaluación	Mismo pretest y posttest	Mismo pretest y posttest

Nota. *Elaboración propia.*

Análisis estadístico

Para determinar el efecto de la intervención basada en el aula invertida sobre el aprendizaje de progresiones aritméticas, se realizó un análisis estadístico secuencial. En primer lugar, se efectuó un análisis descriptivo de los resultados obtenidos en el pretest y postest, considerando medidas de tendencia central y dispersión. Posteriormente, se aplicó la prueba t de Student para muestras relacionadas con el propósito de identificar cambios intra-grupo, tanto en el grupo experimental como en el grupo control. Como análisis complementario, se estimó la diferencia de diferencias entre ambos grupos para comparar la magnitud del cambio observado durante la intervención. Asimismo, se utilizó la prueba t para muestras independientes para contrastar el rendimiento alcanzado en el postest entre los grupos. Finalmente, se empleó un análisis de covarianza (ANCOVA), tomando el resultado del postest como variable dependiente, el grupo de intervención como factor y el pretest como covariable, con el propósito de estimar la diferencia entre los grupos controlando estadísticamente el desempeño inicial. Se calcularon intervalos de confianza del 95% y tamaños del efecto para valorar tanto la significación estadística como la magnitud práctica de las diferencias observadas.

Resultados

Esta sección muestra los datos cuantitativos obtenidos antes y después de la aplicación de los instrumentos de investigación. En la tercera y cuarta tabla se muestra la confiabilidad de los instrumentos aplicados a los resultados obtenidos de ambos grupos (experimental y control), en la quinta tabla se expone la comparación de resultados con base en los ítems, en la sexta tabla se presentan los estadísticos descriptivos del pretest y postest, en la séptima tabla se muestra el t de Student para muestras seleccionadas, en octava tabla se señala la t para muestras independientes, en la novena tabla se presenta el análisis de diferencia de diferencias, en la décima tabla se muestra la prueba ANCOVA, en la undécima tabla se muestra el resumen de la estadística inferencial, en duodécima tabla se exhibe el intervalo de confianza, y en la décima tercera y última tabla se muestra el efecto de la variable independiente sobre la dependiente.

Tabla 3.

Confiabilidad de los instrumentos (grupo experimental).

Fase de evaluación	Coficiente estadístico aplicado	Valor obtenido	Nivel de confiabilidad
Pretest	Alfa de Cronbach	$\alpha = 0,70$	Aceptable confiabilidad
Postest	Alfa de Cronbach	$\alpha = 0,83$	Alta confiabilidad

Nota. Los valores de confiabilidad se calculan a través del coeficiente estadístico Alfa de Cronbach, los cuales surgieron a partir de las respuestas obtenidas del pretest y posttest aplicados a estudiantes de segundo de bachillerato ($n=20$).

Análisis. Los valores del coeficiente Alfa de Cronbach (0,70 y 0,83) confirman una alta consistencia interna, lo que muestra que la consistencia interna fue más sólida después de la intervención.

Tabla 4.

Confiabilidad de los instrumentos (grupo control).

Fase de evaluación	Coeficiente estadístico aplicado	Valor obtenido	Nivel de confiabilidad
Pretest	Alfa de Cronbach	$\alpha = 0,78$	Aceptable confiabilidad
Posttest	Alfa de Cronbach	$\alpha = 0,82$	Alta confiabilidad

Nota. Los valores de confiabilidad se calculan a través del coeficiente estadístico Alfa de Cronbach, los cuales surgieron a partir de las respuestas obtenidas del pretest y posttest aplicados a estudiantes de segundo de bachillerato ($n=20$).

Análisis. Los valores del coeficiente Alfa de Cronbach (0,78 y 0,82) confirman una alta consistencia interna, lo que muestra que la consistencia interna fue más sólida después de la aplicación de metodología tradicional.

Tabla 5.

Comparación de resultados con base en cada ítem (grupo experimental y control).

Indicador	Pretest (experimental)	Posttest (experimental)	Diferencia	Pretest (control)	Posttest (control)	Diferencia
Identificación de progresiones aritméticas (ítem 1)	0,72	0,74	+0,02	0,72	0,68	-0,05
Reconocimiento de la diferencia común (ítem 2)	0,67	0,80	+0,13	0,71	0,69	-0,02

Cálculo del término n-ésimo (ítem 3)	1,41	1,60	+0,20	1,39	1,38	-0,02
Resolución de problemas mediante progresiones aritméticas (ítem 4)	2,09	2,49	+0,40	2,15	2,05	-0,10
Formulación del término general y aplicación (ítem 5)	2,10	2,43	+0,34	2,13	2,05	-0,07
Calificación total	6,98	8,06	+1,08	7,10	6,85	-0,25

Nota. Se presentan los resultados promedio obtenidos de las respuestas de los estudiantes del grupo experimental y el grupo control tanto antes como después de la implementación de la estrategia del aula invertida en relación con los ítems evaluados.

Análisis. Se muestra una mejora en el grupo experimental en los ítems evaluados después de la intervención educativa, mientras que en el grupo control se muestra una disminución general entre los resultados del pretest y el posttest.

Tabla 6.

Estadísticos descriptivos del pretest y posttest.

		Media	Desviación estándar (σ)	Mín	Máx	Tamaño de la muestra
Grupo experimental	Pretest					
		6,98	0,31	6,20	7,50	20
	Posttest	Media	Desviación estándar	Mín	Máx	

(σ)					
		8,06	0,83	7,50	9,80
Grupo control	Pretest	Media	Desviación estándar (σ)	Mín	Máx
		7,10	0,76	5,00	8,20
	Posttest	Media	Desviación estándar (σ)	Mín	Máx
		6,85	0,27	6,20	7,20
					Tamaño de la muestra
					20

Nota. Los estadísticos descriptivos se calcularon a partir del puntaje global obtenido en el pretest y posttest realizado a los grupos experimental y control ($n=40$).

Análisis. Se muestra una mejora en el grupo experimental, mientras que en el grupo de control no se presentó una mejora entre el pretest y el posttest. Además, la desviación estándar del posttest del grupo experimental señala una mayor dispersión de los resultados individuales posterior a la intervención.

Tabla 7.

t de Student para muestras seleccionadas (grupo experimental y control).

Grupo experimental		Grupo control	
Estadístico	Resultado	Estadístico	Resultado
Diferencia media	1,08	Diferencia media	-0,25
t	4,91	t	-1,60
gl	19	gl	19
p	<0,001	p	0,126
IC 95% de la diferencia	[0,62; 1,54]	IC 95% de la diferencia	[-0,58; 0,08]
Cohen's d	1,10	Cohen's d	-0,36

Nota. Prueba *t* para específica si existen cambios significativos entre el pretest y posttest dentro del mismo grupo.

Análisis. Con relación al grupo experimental, la media pasa de 6,98 en el pretest a 8,06 en el posttest; así, la ganancia promedio es de 1,08. En este sentido, se puede decir que existe una diferencia estadísticamente significativa entre el pretest y el posttest de este grupo, $t(19) = 4,91$, $p = < 0,001$. Además, el intervalo de confianza del 95% señala que el verdadero incremento se encontró aproximadamente entre 0,62 y 1,54; y el tamaño del efecto $d = 1,10$, puede considerarse grande lo que indica que, además de un cambio estadísticamente significativo, también es relevante desde una perspectiva práctica. Respecto al grupo control, ocurrió un efecto contrario, ya que la media bajó de 7,10 a 6,85; en este sentido, el cambio entre pretest y posttest no fue estadísticamente significativo, $t(19) = -1,60$, $p = 0,126$. Además, el intervalo de confianza tiene incluido el valor cero por lo que no hay evidencia suficiente que afirme que la metodología tradicional hay generado un cambio sistémico en el aprendizaje.

Tabla 8.

t para muestras independientes.

Estadístico	Resultado
Media grupo experimental	8,06
Media grupo control	6,85
Diferencia	1,21
t	6,20
gl	38
p	<0,001
IC 95% de la diferencia	[0,81; 1,62]
Cohen's d	1,96

Nota. Comparación de grupos después de la intervención mediante la prueba *t* para muestras independientes.

Análisis. Se muestra una diferencia estadísticamente significativa entre la entre el grupo experimental y el grupo control en el posttest, $t(38) = 6,20$, $p = < 0,001$. Además, el intervalo de confianza muestra una ventaja en el grupo experimental que se encuentra aproximadamente entre 0,81 y 1,62. Del mismo modo, el tamaño del efecto obtenido, $d = 1,96$, es grande; esto señala una diferencia considerable entre estos grupos después de la intervención.

Tabla 9.

Análisis de diferencia de diferencias.

	Grupo experimental	Grupo control
Pretest	6,98	7,10
Posttest	8,06	6,85
Cambio	+1,08	-0,25

Nota. La diferencia de diferencias es igual a $1,08 - (-0,25) = 1,33$.

Así, se muestra el contraste de los cambios entre grupos:

Estadístico	Resultado
Cambio grupo experimental	+1,08
Cambio grupo control	-0,25
Diferencia de diferencias	+1,33
t	$\approx 4,92$
gl aproximados	34,45
p	<0,001
IC 95%	[0,78; 1,88]
Cohen's d	1,56

Análisis. La diferencia de diferencias es de 1,33, lo que muestra que el incremento del aprendizaje en el grupo experimental fue en promedio 1,33 puntos mayor que el cambio presentado en el grupo control. Además, el resultado es estadísticamente significativo, $t \approx 4,92$, $p = <0,001$ y el intervalo de confianza del 95% no contienen cero [0,78; 1,88]. El tamaño del efecto, $d = 1,56$, es grande. Por lo tanto, este análisis brinda evidencia especialmente robusta de que la intervención basada en el aula invertida está vinculada con el cambio observado.

Tabla 10.

Ancova

Variable	Coefficiente	Error estándar	t	p	IC 95%
Intercepto	7,003	1,246	5,62	<0,001	[4,479; 9,528]
Pretest	-0,022	0,174	-0,13	0,899	[-0,376; 0,331]
Grupo experimental	1,209	0,199	6,07	<0,001	[0,806; 1,612]

Nota. Comparación de los resultados de posttest entre los grupos controlando estadísticamente el desempeño inicial de pretest. Así, la variable dependiente es el posttest, el factor es el grupo experimental/control y la covariable es el pretest. Además, es necesario mostrar que el modelo presentó $R^2 = 0,503$; R^2 ajustado = 0,477; $F(2,37) = 18,76$; $p = < 0,001$.

Análisis. Después de controlar el rendimiento inicial por medio del pretest, el grupo experimental logró en el posttest una media de 1,21 puntos más que el grupo control, una diferencia estadísticamente significativa, $t(37) = 6,07$, $p = < 0,001$, con un intervalo de confianza del 95%, el rango se encuentra entre 0,81 y 1,61 puntos. El covariable pretest no mostró significancia ($p = 0,899$); por consiguiente, la ANCOVA apoya que el aula invertida tuvo un impacto positivo en el rendimiento posterior, sin tomar en cuenta el nivel inicial de los estudiantes.

Tabla 11.

Resumen de la estadística inferencial

Análisis	Estadístico	p	Resultado	Tamaño del efecto
t relacionada experimental	t = 4,91	<0,001	Significativo	d = 1,10
t relacionada control	t = 1,60	0,126	No significativo	d = -0,36
t independiente posttest	t = 6,20	<0,001	Significativo	d = 1,96

Diferencia de diferencias	t = 4,92	<0,001	Significativo	d = 1,56
ANCOVA: efecto del grupo	t = 6,07	<0,001	Significativo	Diferencia ajustada = 1,21

Nota. Resumen general de la estadística inferencial.

Tabla 12.

Intervalo de confianza

Comparación	Diferencia estimada	IC 95%
Experimental: posttest – pretest	+1,08	[0,62; 1,54]
Control: posttest – pretest	-0,25	[-0,58; 0,08]
Experimental – control Posttest	+1,21	[0,81; 1,62]
Diferencia de diferencias	+1,33	[0,78; 1,88]
Efecto del grupo en ANCOVA	+1,21	[0,81; 1,61]

Nota. Rango plausible en el que se encuentra el verdadero efecto.

Análisis. Los intervalos que corresponden al grupo experimental y a la comparación entre grupo no incluye el cero, a diferencia del intervalo del grupo control que sí lo incluye.

Tabla 13.

Efecto de la variable independiente sobre la variable dependiente.

Variable independiente (aula invertida) (causa)	Variable dependiente	Evidencia compatible con un efecto de la intervención
---	----------------------	---

(aprendizaje de progresiones aritméticas) (efecto)		
Preparación autónoma antes de la clase: identificación de conceptos clave sobre sucesiones y progresiones aritméticas, visualización de videos educativos, redacción de apuntes y revisión de material digital.	Identificación de progresiones aritméticas.	Cuando los estudiantes tienen contacto con los conceptos y ejemplos antes de la clase, llegan al aula con un conocimiento previo sobre sucesiones y progresiones aritméticas, lo que mejora su habilidad para identificar y reconocer una progresión aritmética en función de sus patrones y características.
Actividades guiadas y aprendizaje previo: revisión de los contenidos sobre el primer término, la diferencia común y los elementos de una progresión aritmética. Se acompaña con preguntas que orientan y se socializan las dudas.	Reconocimiento de la diferencia común.	Para entender la diferencia común y que los estudiantes identifiquen el valor que permanece constante entre términos sucesivos de una progresión aritmética, es útil la preparación previa, así como la retroalimentación del docente durante el desarrollo de la clase.
Ejercicios guiados, práctica individual y una breve explicación: a lo largo de las sesiones se llevaron a cabo ejercicios vinculados con la aplicación de la fórmula del término n-ésimo y los parámetros de las progresiones.	Cálculo del término n-ésimo	Cuando los estudiantes cuentan con conocimientos previos y aprovechan el tiempo presencial para resolver ejercicios y obtener orientación, tienen más posibilidades de aplicar la fórmula general, determinar los parámetros conocidos y calcular el término n-ésimo de una progresión aritmética.
Trabajo colaborativo y solución de problemas en contextos reales: los estudiantes abordaron situaciones concretas,	Resolución de problemas a través de	Fomentar el trabajo colaborativo y la resolución de problemas situados facilita aplicar los conocimientos matemáticos a situaciones reales, lo que ayuda a interpretar circunstancias, crear modelos matemáticos,

expusieron sus métodos y obtuvieron de manera constante retroalimentación por parte del docente.

progresiones aritméticas.

escoger procedimientos y comprobar resultados.

Actividades integradoras, retroalimentación y consolidación: implementación de ejercicios adicionales, autoevaluaciones, tareas prácticas y asistencia del profesor durante el proceso.

Formulación del término general y aplicación.

La incorporación de lo que se ha aprendido, así como la práctica y la retroalimentación constante, ayuda a los estudiantes a plantear y aplicar el término general de una progresión aritmética para resolver diversas situaciones y fundamentar los métodos utilizados.

Nota. Relación causa – efecto entre la variable independiente y la variable dependiente.

Análisis. Se muestra la relación entre el aprendizaje de progresiones aritméticas, que es la variable dependiente, y el aula invertida, que es la variable independiente. La implementación del aula invertida transforma la dinámica de aprendizaje, ya que desplaza una parte del aprendizaje inicial de los contenidos hacia el trabajo independiente previo y emplea el tiempo presencial para practicar, cooperar, resolver problemas y dar retroalimentación.

Descripción de la muestra

Población: La población fue conformada por los estudiantes matriculados en segundo A y B de bachillerato de una unidad educativa fiscal ubicada en el cantón Lago Agrio.

Muestra: La muestra se seleccionó mediante un muestreo por conveniencia, considerando criterios de accesibilidad y viabilidad. Estuvo constituida por dos cursos de 20 estudiantes cada uno, sumando un total de 40 participantes, distribuidos en un grupo experimental y un grupo control.

Análisis de los Resultados

Los hallazgos de la estadística inferencial mostraron el impacto positivo que tiene la metodología del aula invertida en lo que respecta al aprendizaje de las progresiones aritméticas. La media del grupo experimental subió de 6,98 puntos en el pretest a 8,06 puntos en el posttest, lo que equivale a una mejora promedio de 1,08 puntos. La prueba t de Student para muestras relacionadas reveló que esta diferencia fue estadísticamente significativa, con un tamaño del efecto grande ($d = 1,10$), un intervalo de confianza del 95 % entre 0,62 y 1,54 puntos y $t(19) = 4,91$; $p = < 0,001$.

En cambio, el grupo de control mostró una reducción de 7.10 a 6.85 puntos, lo que supone una diferencia de -0.25 puntos. Esta diferencia no fue estadísticamente relevante, con $t(19) = -1,60$ y $p = 0,126$. Su intervalo de confianza al 95 % $[-0,58; 0,08]$ abarcó el cero.

La diferencia estadísticamente significativa entre los grupos en el posttest reveló que el grupo experimental obtuvo 8,06 puntos en la media, mientras que el grupo control logró 6,85 puntos. La prueba t para muestras independientes arrojó un resultado de $t(38) = 6,20$, $p = < 0,001$. La diferencia entre las medias fue de 1,21 puntos y el intervalo de confianza del 95 % estuvo entre 0,81 y 1,62 puntos. Se consideró que el tamaño del efecto fue muy grande, con un valor de $d = 1,96$.

Adicionalmente, el análisis de diferencias de diferencias reveló que el grupo experimental aumentó 1.08 puntos y el grupo control disminuyó 0.25 puntos, lo cual generó una diferencia de cambios de 1.33 puntos. Este efecto tuvo una relevancia estadística ($t \approx 4,92$, $p = < 0,001$; IC 95 % $[0,78; 1,88]$) y mostró un tamaño de efecto grande ($d = 1,56$).

Discusión

Los resultados obtenidos muestran que el aula invertida tuvo un impacto positivo en el aprendizaje de progresiones aritméticas en los estudiantes del grupo experimental. Además, señala que, en las cifras descriptivas, este grupo pasó de una media de 6,98 puntos en el pretest a 8,06 puntos en el posttest, lo que indica un incremento de 1,08 puntos. En los cinco indicadores evaluados se aprecia de forma coherente esta tendencia, en la que se determina la diferencia común, el cálculo del término n -ésimo, la identificación de progresiones aritméticas, la resolución de problemas y la formulación del término general. La identificación de progresiones mostró el aumento más bajo (+0,02), mientras que la resolución de problemas a través de las progresiones aritméticas (+0,40) fue la que presentó el mayor incremento, seguida por la formulación del término general y su aplicación (+0,34). Estos hallazgos indican que la estrategia no solamente benefició el dominio de conceptos elementales, sino también la aplicación de lo aprendido en matemáticas a circunstancias que requieren razonamiento y procedimientos. En cambio, el grupo control mostró una baja de 7,10 a 6,85 puntos, con disminuciones en todos los indicadores. Esto posibilita la identificación de una tendencia distinta entre las dos metodologías.

El mayor incremento en resolución de problemas (+0,40) frente a identificación de progresiones (+0,02) podría sugerir que la reorganización del tiempo presencial favoreció especialmente tareas de aplicación y razonamiento, más que el reconocimiento inicial de conceptos.

Esta interpretación se ve reforzada por la evidencia inferencial, ya que el aumento observado en el grupo experimental fue estadísticamente significativo. La diferencia entre el pretest y el posttest fue de 1,08 puntos en la prueba t para muestras relacionadas, con $t(19) = 4,91$ y $p = < 0,001$. El intervalo de confianza del 95 % $[0,62; 1,54]$ no incluye el valor cero. Asimismo, se puede considerar que el tamaño del efecto logrado

por Cohen's $d = 1.10$ es grande, lo que sugiere que la modificación tiene no solo significación estadística, sino también importancia práctica. En cambio, en el grupo control, la reducción de 0,25 puntos no resultó ser estadísticamente significativa ($t(19) = -1,60$; $p = 0,126$), y su intervalo de confianza $[-0,58; 0,08]$ abarcó el cero. La comparación entre grupos en el posttest reveló una diferencia importante de 1,21 puntos a favor del grupo experimental, con un tamaño del efecto especialmente alto ($d = 1,96$), $t(38) = 6,20$, $p = < 0,001$. Por lo tanto, los resultados muestran que los estudiantes que formaron parte de la estrategia de aula invertida lograron un rendimiento más alto en comparación con los que siguieron usando la metodología tradicional.

Además, el análisis de diferencia de diferencias, brinda una evidencia más fuerte acerca del impacto de la intervención, ya que posibilita comparar las modificaciones que han tenido lugar en los dos grupos. El grupo experimental mejoró su desempeño en 1,08 puntos y el grupo de control lo redujo en 0,25 puntos, lo que resultó en una diferencia de diferencias de 1,33 puntos. El resultado fue estadísticamente relevante, $t \approx 4,92$, $p = < 0,001$; además, el tamaño del efecto fue grande ($d = 1,56$) y el intervalo de confianza se ubicó entre 0.78 y 1.88 con un nivel de confianza del 95%. La ANCOVA también reveló que, tras controlar estadísticamente el rendimiento inicial, los estudiantes del grupo experimental lograron una ventaja ajustada de 1,21 puntos en comparación con el grupo control ($t(37) = 6,07$; $p = < 0,001$), con un intervalo de confianza que oscilaba entre 0,81 y 1,61. Que la covariable pretest no haya sido significativa ($p = 0,899$) confirma que no es posible atribuir únicamente al rendimiento inicial de los estudiantes las diferencias vistas en el posttest. La coincidencia de las pruebas estadísticas (t independiente, t relacionada, ANCOVA y diferencia de diferencias) refuerza la evidencia de un impacto positivo vinculado con la implementación del aula invertida.

Por último, los resultados son susceptibles de ser interpretados con base en la dinámica pedagógica que se llevó a cabo durante el proceso de intervención. Los estudiantes llegaron al aula con conocimientos básicos sobre progresiones aritméticas y sucesiones gracias a la preparación autónoma previa, que consistió en videos, materiales digitales y revisión de contenidos. Después, el tiempo presencial se dedicó a la resolución de problemas, a ejercicios guiados, a la aplicación de fórmulas, al trabajo colaborativo y la retroalimentación por parte del docente. Esta organización puede aclarar, en particular, los avances observados al calcular el término n -ésimo, resolver problemas y formular el término general, habilidades que necesitan de práctica y supervisión para fortalecerse. La confiabilidad de los instrumentos también fue apropiada, con índices de Alfa de Cronbach que oscilaron entre 0,70 y 0,83 en el grupo experimental y entre 0,78 y 0,82 en el grupo control; esto respalda la consistencia interna de las mediciones. Sin embargo, se debe tener en cuenta que la desviación estándar del grupo experimental pasó de 0,31 a 0,83, lo que señala una dispersión más amplia entre los resultados individuales tras la intervención. En términos generales, los resultados sugieren una asociación positiva entre la intervención mediante aula invertida y el aprendizaje de progresiones aritméticas; así, la evidencia cuantitativa demuestra que el aula invertida se relacionó con un avance significativo en el aprendizaje de progresiones aritméticas y que su impacto fue

más allá del alcanzado por la metodología tradicional, especialmente cuando la enseñanza se enfocó en la autonomía, la práctica activa, la colaboración y la retroalimentación durante las horas presenciales.

Conclusiones

Según lo visto en los resultados obtenidos se puede concluir que el aula invertida contribuyó positivamente al aprendizaje de los estudiantes sobre progresiones aritméticas. Esto se puede observar en la ganancia de 1,08 puntos obtenida de la diferencia entre el pretest y posttest del grupo experimental, a diferencia del pretest y posttest del grupo control, que arrojó una disminución de 0,25. Igualmente, la mejora del grupo experimental se vio en los cinco indicadores analizados, sobre todo en lo que respecta a la solución de problemas usando progresiones aritméticas y el planteamiento y uso del término general.

Estos hallazgos indican que el trabajo en grupo, la retroalimentación de los docentes, la práctica durante el tiempo presencial y la preparación autónoma antes del tiempo de clase ayudaron a entender y aplicar los temas matemáticos.

La estadística inferencial respalda que existe una diferencia notable relacionada con la utilización del aula invertida. En el grupo experimental, se observó una diferencia estadísticamente significativa entre el pretest y el posttest ($t(19) = 4,91$, $p = < 0,001$). El tamaño del efecto fue grande (Cohen's $d = 1,10$), con un intervalo de confianza del 95 % que oscilaba entre 0,62 y 1,54.

Asimismo, el análisis comparativo de los grupos en el posttest reveló una distinción significativa de 1,21 puntos a favor del grupo experimental, $t(38) = 6,20$, $p = < 0,001$. El tamaño del efecto fue considerable ($d = 1,96$). La diferencia de diferencias también corroboró que el grupo experimental tenía una ventaja de 1,33 puntos, con $p = < 0,001$ y $d = 1,56$. La ANCOVA, en última instancia, demostró que el grupo experimental logró un beneficio ajustado de 1,21 puntos sobre el grupo de control ($p = < 0,001$) después de controlar estadísticamente la actuación inicial. En resumen, estos hallazgos posibilitan sostener que la mejora detectada está relacionada con el método de aula invertida y no solo con las disparidades iniciales entre los grupos.

Sin embargo, es necesario tener en cuenta que la implementación del aula invertida se realizó a lo largo de un lapso de tiempo relativamente breve y con una muestra de 20 estudiantes por cada grupo para interpretar los resultados.

Debido a esto, a pesar de que los tamaños del efecto que se obtuvieron fueron grandes y los análisis estadísticos revelaron resultados coherentes en beneficio del grupo experimental, no resultaría apropiado extender ampliamente las conclusiones sin tener en cuenta las particularidades específicas del entorno educativo analizado. Los instrumentos son fiables, con coeficientes de Alfa de Cronbach en el grupo experimental de 0,70 y 0,83 y en el grupo control de 0,78 y 0,82; esto respalda que las mediciones sean consistentes. Por lo tanto, se concluye que el aula invertida tuvo un impacto positivo y estadísticamente

relevante en el aprendizaje de las progresiones aritméticas, sobre todo cuando se trataba de la identificación, cálculo, resolución de problemas y uso del término general. No obstante, sería aconsejable llevar a cabo intervenciones más duraderas y con grupos de estudio más extensos para verificar si estos efectos son sostenibles y pueden perdurar en el tiempo.

Además, se sugiere ampliar estos estudios a muestras más grandes y en contextos educativos diversos para poder comparar los resultados y calcular con más precisión el efecto que esta estrategia tiene en otras situaciones escolares. Asimismo, sería conveniente realizar estudios de seguimiento para comprobar la continuidad de los aprendizajes y su transferencia a otros asuntos matemáticos. De esta manera, se podría fortalecer el argumento sobre la importancia pedagógica del aula invertida para estimular habilidades matemáticas.

Esta investigación se realizó acorde a los principios de autonomía, respeto y protección de los participantes. En vista de que los participantes son menores de edad, se obtuvo el consentimiento informado de sus representantes legales y, conforme a su edad y capacidad de comprensión, se explicó a los estudiantes la importancia de su participación, el objetivo del estudio y el procedimiento. Además, se contó con la autorización de la unidad educativa para la aplicación de los instrumentos y la implementación de la intervención pedagógica.

Asimismo, se garantizó la protección de los datos personales y la confidencialidad de la información recolectada, utilizando los datos exclusivamente con fines investigativos y académicos. Los datos fueron tratados de forma anónima, evitando así la identificación de los estudiantes en la presentación de los resultados. Del mismo modo, se aseguró un tratamiento respetuoso y ético durante las etapas del estudio, sin presión, discriminación o afectación de sus derechos o integridad.

Referencias bibliográficas

- Ausubel, D. P. (1968). *Educational Psychology: A Cognitive View*. Holt, Rinehart and Winston, Inc.
- Bergmann, J., & Sams, A. (2012). *Flip Your Classroom: Reach Every Student in Every Class Every Day*. International Society .
- Bruner, J. S. (1960). *The Process of Education*. Harvard University Press.
- Fernández, P., Vallejo, G., Livacic-Rojas, P., & Tuero, E. (2014). Structured Validity for a quasi-experimental research of quality. They are fulfilled 50 years of the presentation in company of the quasi-experimental designs. *Anales De Psicología Annals of Psychology*, 30(2), 756–771. <https://doi.org/10.6018/analesps.30.2.166911>
- Galarza, A. A. (2011). *Habilidades para desempeñar cargos gerenciales en las pymes de la industria manufacturera de Quito sector de fabricación de maquinaria y equipo N.C.P. subsector de fabricación de otros tipos de maquinaria de uso general* . Pontificia Universidad Católica del

Ecuador: <https://repositorio.puce.edu.ec/server/api/core/bitstreams/ca139e94-b4b0-4799-b5fb-8d5c8dcb4c76/content>

Hernández-Sampieri, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2018). *Metodología de la investigación* (6ª ed. ed.). McGraw-Hill Education.

Piaget, J. (1952). *The child's conception of number*. The Norton Library.

Piaget, J. (2001). *Studies in Reflecting Abstraction* (Vol. Trabajo original publicado en 1977). (R. L. Campbell, Ed., & R. L. Campbell, Trad.) Psychology Press.

Vygotsky, L. (1978). *Mind in Society: Development of Higher Psychological Processes*. Harvard University Press.

Vygotsky, L. (1986). *Thought and Language*. MIT Press.